# 驻波与行波对比教学法的分析与研究

容青艳,肖文志,陈　桥,成传品
(湖南工程学院,湖南湘潭 411101)

【摘要】驻波的教学是大学物理中波动教学内容的一个重点和难点,在教学过程中,采取从驻波与行波的波函数、能量、相位进行对比的教学方法,帮助学生准确理解驻波的特征,加深对波动知识的掌握。

【关键词】驻波;行波;相位;能量
【doi:10.3969/j.issn.2095-7661.2019.01.030】
【中图分类号】O436　　【文献标识码】A　　【文章编号】2095-7661(2019)01-0091-03

# Contrastive teaching analysis of standing wave and travelling wave

RONG Qing-yan, XIAO Wen-zhi, CHEN Qiao, CHENG Chuan-pin
(Hunan Institute of Engineering, Xiangtan, Hunan, China 411101)

Abstract: The teaching of standing wave is one of the important and difficult problems in college physics. In the process of teaching, we make comparison on wave function, energy and phase between standing wave and traveling wave. By this comparison teaching methods, students can understand the characteristics of standing wave more accurately and meanwhile deepen the knowledge of wave.

Keywords: standing wave; traveling wave; phase position; energy

驻波为"A"类知识点,是理工科大学生在学习该课程时所应达到的最低要求。然而,笔者在教学过程中发现,部分学生对驻波的理解不是很透彻,不能准确理解驻波的含义,也不能很好地与行波进行区分。鉴于学生在学习中的这种状况,笔者在驻波的教学过程中采取了与行波的对比教学法,帮助学生更好地理解驻波,同时也能进一步巩固学生对行波知识内容的掌握。

在同一介质中、两列振幅相同的相干波沿相反传播时叠加形成驻波。以在绳子上沿相反传播的绳波为例,分析驻波的特点。设有两列简谐波,分别沿 x 轴正、负方向传播,其波函数表达式为[1]:

$$y_1 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)\,, \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$y_2 = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x)\,, \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

则叠加形成的驻波方程为:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t\text{。} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

## 1 驻波与行波的波函数比较

简谐波波函数是质元位置 x 和时间 t 的函数,但质元位置 x 和时间 t 在同一个余弦(正弦)函数里,且简谐波波函数满足$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x,t)$,表示前面质元的振动状态沿着波的传播方向依次在后面质元的位置上出现,所以形象地称之为行波;从(3)式可知驻波波函数也是质元位置 x 和时间 t 的函数,但质元位置 x 和时间 t 位于两个余弦函数里,且不满足$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x,t)$,因为$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = 2A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(x+\Delta x)]\cos[\omega(t+\Delta t)]$,只有当 $\Delta x = k\lambda$ 且$\Delta t = kT$ 时,$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x,t)$ 才成立,所以驻波从形式上看就与行波不同,驻波不是行波。与谐振动方程 $y = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ 类比,驻波波函数 $y = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t$ 中$\left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|$为驻波的振

[收稿日期] 2018-12-09
[作者简介] 容青艳(1977-),女,湖南邵阳人,湖南工程学院讲师,博士,研究方向:课程教学论、纳米磁性材料。
[基金项目] 2017 年湖南省教育科学规划课题"基于核心素养的'科学家故事'的开发及其功效研究"(课题编号:XJK17CJC001);湖南工程学院 2018 年教改课题"工程应用型高校大学物理研究型教学模式改革"(课题编号:XJG18019)。

幅分布因子，与质元位置有关，cosωt为驻波的谐振动因子，故驻波是各个质元做振幅不等的同频率谐振动。当振幅$\left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|=2A$时，即$x=k\cdot\frac{\lambda}{2}$时质元所处的位置为波腹；当振幅$\left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|=0$时，即$x=(2k+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$时质元所处的位置为波节。驻波中的波腹、波节概念与行波中的波峰、波谷概念不同，驻波中的波腹、波节是指驻波在振动中振幅最大、最小的质元位置，其位置不会随着时间的推移而改变；而行波中的波峰、波谷为行波在传播过程中介质质元振动至正向、负向最大位移处，且波峰、波谷的位置会随着时间推移向波的传播方向移动。

## 2 驻波与行波的能量比较

### 2.1 行波的能量特点

行波在介质中传播，介质密度为 ρ，在介质中取微元介质质元，其体积为dV。介质质元的动能与质元的振动速度的平方成正比[2]，即$\Delta E_k\propto\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$，介质质元的势能与质元的应变的平方成正比[2]，即$\Delta E_p\propto\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$，以行波方程(1)为例，

介质质元振动速度为：

$$\upsilon=\frac{\partial y_1}{\partial t}=-\omega A\sin(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(4)$$

介质质元应变为：

$$\frac{\partial y_1}{\partial x}=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot A\sin(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

由(4)可知介质质元的动能：

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

由(5)可知介质质元的势能：

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}T\Delta V(\frac{2\pi}{\lambda})^2A^2\sin^2(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(7)$$

(7)式中 T 为绳子的张力，则由$\lambda=\frac{2\pi u}{\omega}$以及$u=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$，可把(7)化简为：

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(8)$$

介质质元的总能：

$$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=\rho\Delta V\omega^2A^2\sin^2(\omega t-\frac{2\pi}{\lambda}x)，\quad\cdots\cdots\cdots(9)$$

对比(6)、(8)两式可知，行波在传播的过程中，介质质元的动能和势能相等，其总能(9)式是时间t的周期函数，总能最大时表示介质质元从波源吸收能量，总能最小时表示介质质元把能量传递给后面的介质质元，表示行波在传播过程中，能量做了定向传播。

### 2.2 驻波的能量特点

同理我们可以分析介质中驻波的能量特点，以方程(3)为例：

介质质元振动速度为：

$$\upsilon=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega\cdot 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\sin\omega t，\quad\cdots\cdots\cdots(10)$$

介质质元应变为：

$$\frac{\partial y}{\partial x}=-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2A\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t，\quad\cdots\cdots\cdots(11)$$

由(10)可知介质质元的动能：

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2\cdot 4A^2\cos^2\frac{2\pi}{\lambda}x\sin^2\omega t，\quad\cdots\cdots\cdots(12)$$

由(11)可知介质质元的势能：

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}T\Delta V\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\cdot 4A^2\sin^2\frac{2\pi}{\lambda}x\cos^2\omega t，\quad\cdots\cdots\cdots(13)$$

同理由 $\lambda=\frac{2\pi u}{\omega}$ 以及 $u=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$，可把(13)化简为：

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2\cdot 4A^2\sin^2\frac{2\pi}{\lambda}x\cos^2\omega t，\quad\cdots\cdots\cdots(14)$$

介质质元的总能：

$$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=2\rho\Delta V\omega^2A^2(\cos^2\frac{2\pi}{\lambda}x\sin^2\omega t+\sin^2\frac{2\pi}{\lambda}x\cos^2\omega t)，\quad\cdots\cdots\cdots(15)$$

对比驻波中介质质元的动能(12)式与势能(14)可知，同一时刻，质元动能和势能不相等，这一点与行波中质元的动能、势能相等这一特点不同。从(12)、(14)式可知，驻波中介质质元动能最大的时刻，其势能为0；介质质元势能最大的时刻，其动能为0，这一点与谐振动的能量特点相同。同时从(12)、(14)可知，驻波的波腹、波节的能量特点：由(3)式可知，当$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x=\pm1$的位置为波腹，则波腹的动能$\Delta E_k=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2\cdot 4A^2\sin^2\omega t$，波腹的势能$\Delta E_p=0$，故驻波中波腹处的质元始终没有应变，其势能为0，即驻波的波腹只有动能[3]；当$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x=0$的位置为波节，则波节的动能$\Delta E_k=0$，故驻波中波节处的质元始终处于静止状态，其动能为0，波节的势能$\Delta E_p=\frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2\cdot 4A^2\cos^2\omega t$，即波节只有势能[3]。波腹处质元的动能最大时，波节处质元的势能为0，波腹处质元的动能为0时，波节处质元的势能最大，且相邻波腹、波节的能量和$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=2\rho\Delta V\omega^2A^2$为常数，即能量守恒，所以驻波的能量是相邻波腹的动能与波节的势能相互转化，其能量只在相邻波腹与波节之间流动，由于波腹的势能始终为0、波节的动能始终为0，故驻波中没有能量的定向传播[4]。

## 3 驻波与行波的相位比较

### 3.1 行波的相位特点

以行波方程(1)为例，行波方程满足$y(x+\Delta x, t+\Delta t)=y(x,t)$,即 x 处的质元在 t 时刻的振动状态与 x+Δx 处的质元在 t+Δt 时刻的振动状态相同(Δx=uΔt),表示在波的传播方向上,前面质元的振动状态随着时间推移，会在后面质元位置上出现,即振动状态沿着波的传播方向传播出去。同一时刻,沿着波的传播方向,各质元的振动相位依次落后。

### 3.2 驻波的相位特点

根据(3)式及波腹、波节的定义可知,波节的位置为:$x=(2k+1)\bullet\frac{\lambda}{4}$，我们讨论连续三个波节之间的质元的振动状态,取三个相邻波节的位置分别为:$x_1=\frac{\lambda}{4}$、$x_2=\frac{3\lambda}{4}$、$x_3=\frac{5\lambda}{4}$，则在 $x_1$~$x_2$ 之间的各质元,其振动的$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x<0$,而振幅都是大于 0 的值,所以在 $x_1$~$x_2$ 之间的各质元的驻波方程应表示为:$y=-\left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|\cos\omega t$,同时为了振幅前面的符号是正号，可以把 $x_1$~$x_2$ 之间的各质元的驻波方程表示为:$y=\left|2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right|\cos(\omega t+\pi)$,这表明在 $x_1$~$x_2$ 之间的各质元的振动相位都为 ωt+π[5],即相邻两波节之间的质元是同相位振动;在 $x_2$~$x_3$ 之间的各质元,其振动的$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x>0$,$x_2$~$x_3$ 之间的各质元的驻波方程表示为:$y=2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\omega t$,其振动相位为 ωt。即在驻波中,相邻两波节之间的质元其振动相位相同,而一个波节两侧的质元其振动相位相差 π（如在上述分析中 $x_1$~$x_2$ 之间的各质元的振动相位为 ωt+π,而 $x_2$~$x_3$ 之间的各质元的振动相位为 ωt），即振动相位相反[6],故在驻波中没有振动相位的传播、没有振动状态的传播,驻波中的介质质元是分段振动。

## 4 小结

根据上述分析可知：行波有振动状态的传播,即有波形、振动相位、振动能量的定向传播;而驻波没有振动状态的传播,即波形、振动相位、振动能量都不做定向传播，驻波中各质元在做振幅不等的谐振动,是一种分段振动。通过驻波与行波的对比教学,让学生更深刻地理解驻波之“驻”的含义:驻波中没有波形的传播;驻波中没有振动状态及振动相位的传播;驻波中也没有能量的传播。通过驻波与行波的对比教学,让学生更加深入地理解介质质元在振动过程中其振动动能与振动速度的关系,振动势能与介质质元应变的关系,并掌握振动速度、介质质元应变与波函数的关系,从而更好地掌握波动知识。

教学有法,教无定法。在教学过程中,教师根据教学内容和学生的认知水平采用相应的教学方法,可帮助学生更好地理解和掌握教学内容,达到事半功倍的效果[7]。

## 【参考文献】

[1]张三慧.大学物理学(热学、光学、量子物理,第三版)[M].北京:清华大学出版社.2011.

[2]马文蔚,周雨青,解希顺.物理学下册(第六版)[M].北京:高等教育出版社.2014.

[3]李爱芝,梁文枭,王强,孙正和.驻波能量及能流密度局部振荡理论探析[J].哈尔滨商业大学学报(自然科学版),2015(3):362-364.

[4]章文,张玉,张子云,衡太骅.驻波的瞬时能流密度[J].物理与工程,2017(1):44-46.

[5]魏茂梅.驻波上各质点的相位分布的特点[J].知识文库,2016(18):246.

[6]罗益民,余燕.大学物理下册(第三版)[M].北京:北京邮电大学出版社.2015.

[7]容青艳,肖文志.基于大学物理教学的参与式教学改革有效实施[J].湖南邮电职业技术学院学报.2017(3):120-122.